

Задача 5.5 д

Студентка 309 группы ВМК МГУ

Бекрешева Вера

5.5. (2) Количественно исследовать влияние формы импульса $\xi(t)$ на ширину спектра $S(\nu)$. За длительность импульса принять интервал, равный длительности эквивалентного прямоугольного импульса:

$$\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |\xi(t)|^2 dt / \left(\max_t |\xi(t)| \right)^2.$$

За ширину спектра принять полосу частот,

$$\nu = \int_{-\infty}^{\infty} |S(\nu)|^2 d\nu / \left(\max_{\nu} |S(\nu)| \right)^2.$$

Исходя из

принятых определений, найти величину численного коэффициента C в теореме о ширине частотной полосы: $\tau \nu = C$. Изобразить графически сигналы $\xi(t)$ в зависимости от τ и их спектры $S(\nu)$ в зависимости от частоты

ν , взятой в единицах, пропорциональных τ^{-1} . Решение некоторых вариантов задачи возможно аналитически, но, как правило, рекомендуется воспользоваться компьютером для вычисления дискретных спектров.

Получить и сравнить результаты для следующих импульсов.

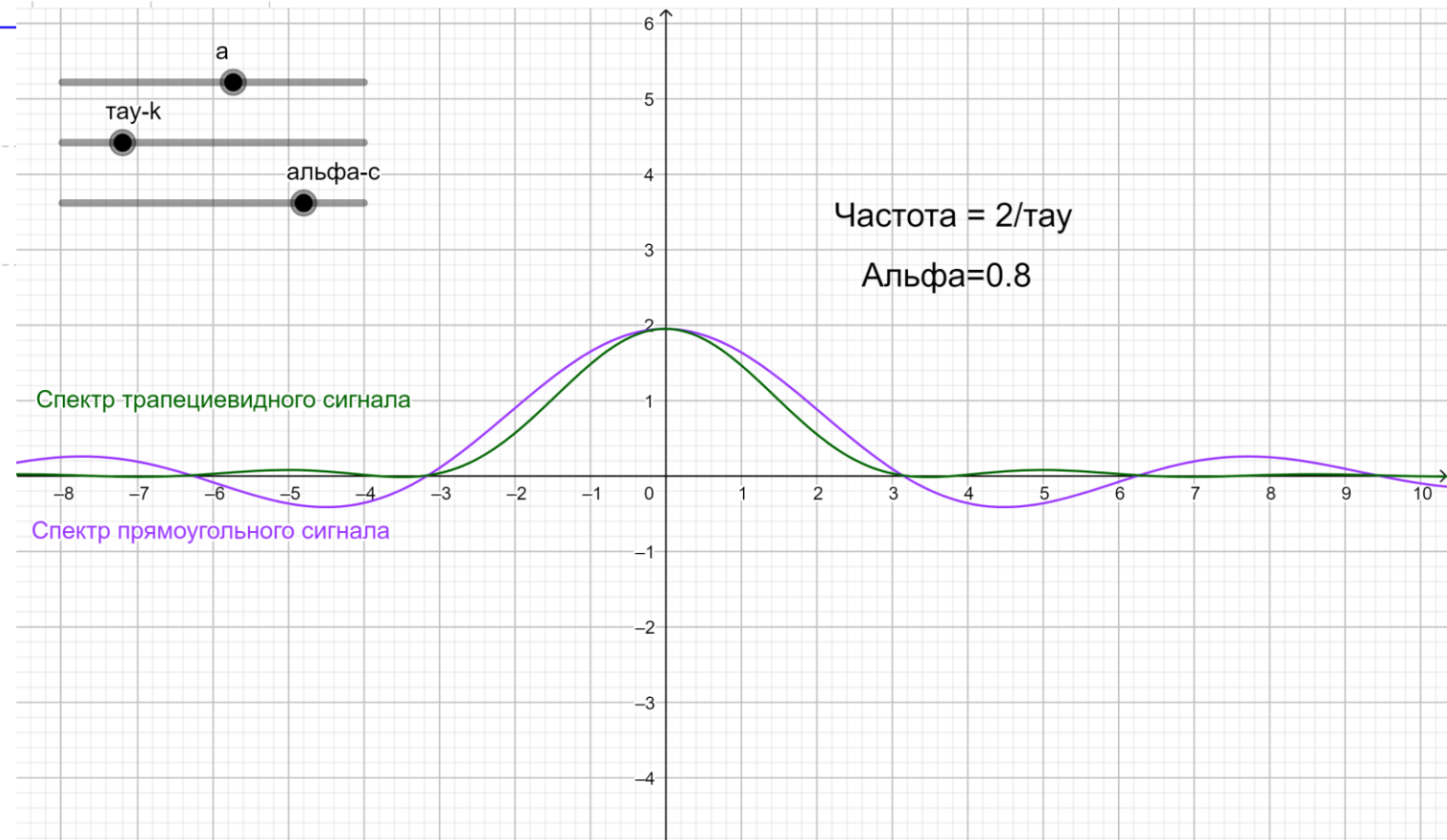
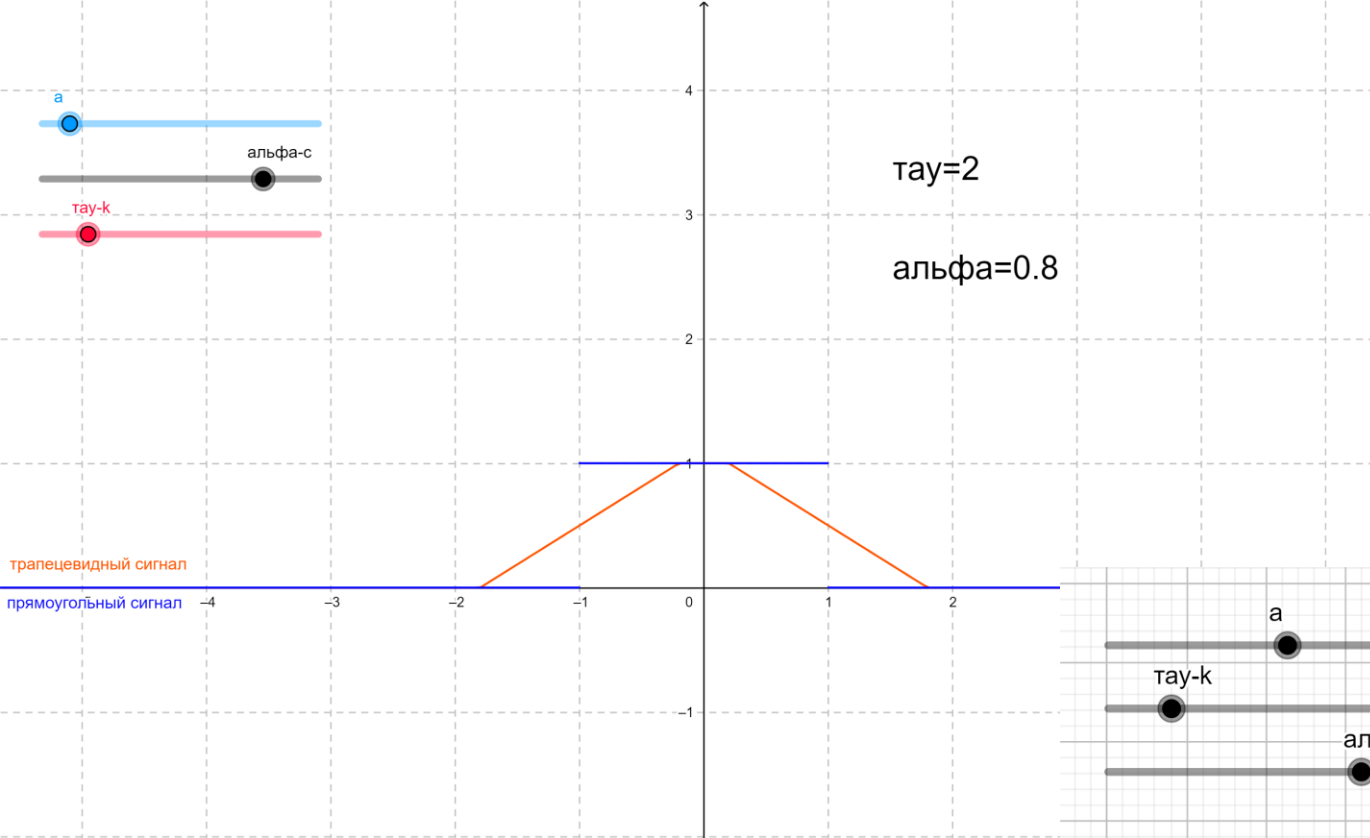
Вариант (д)

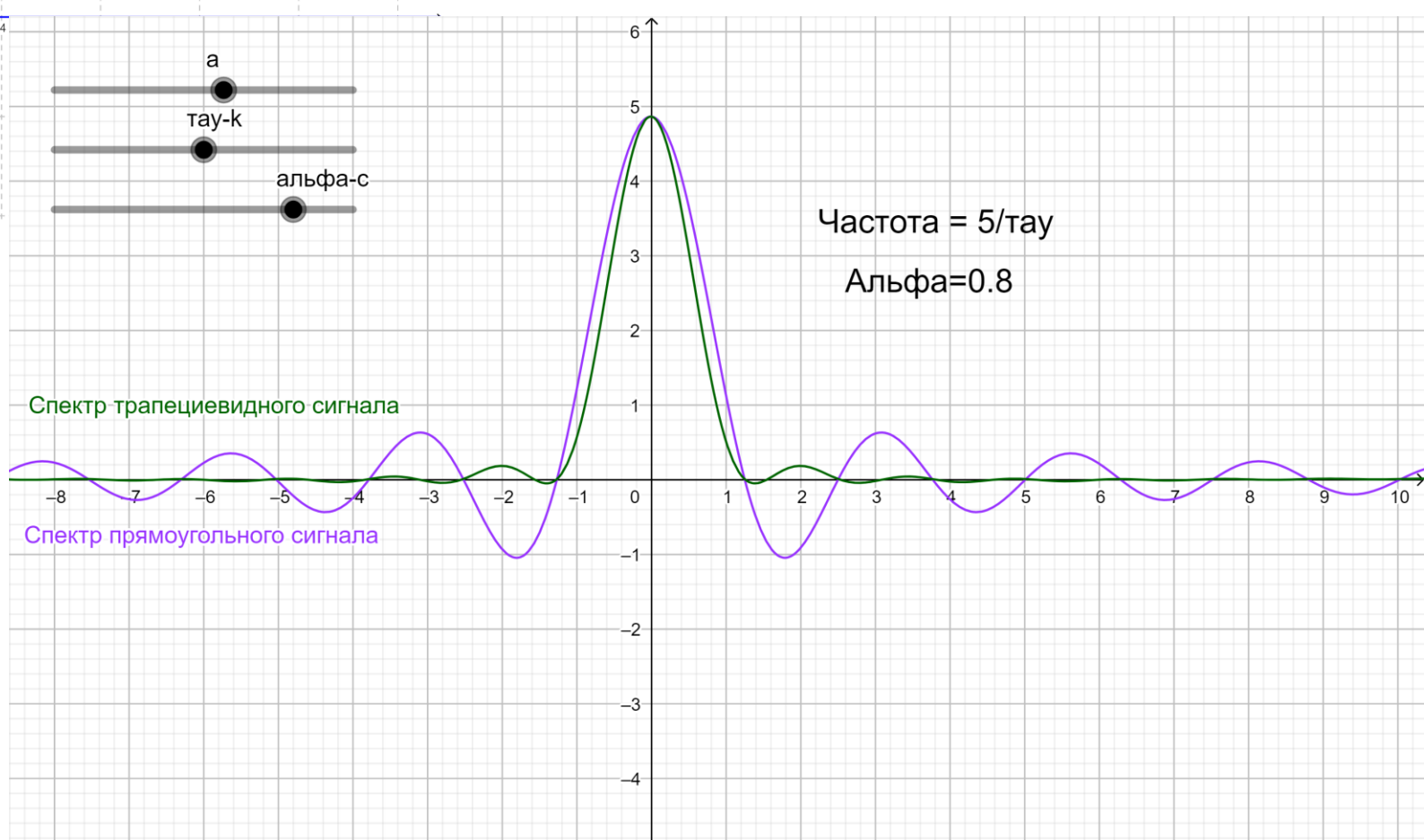
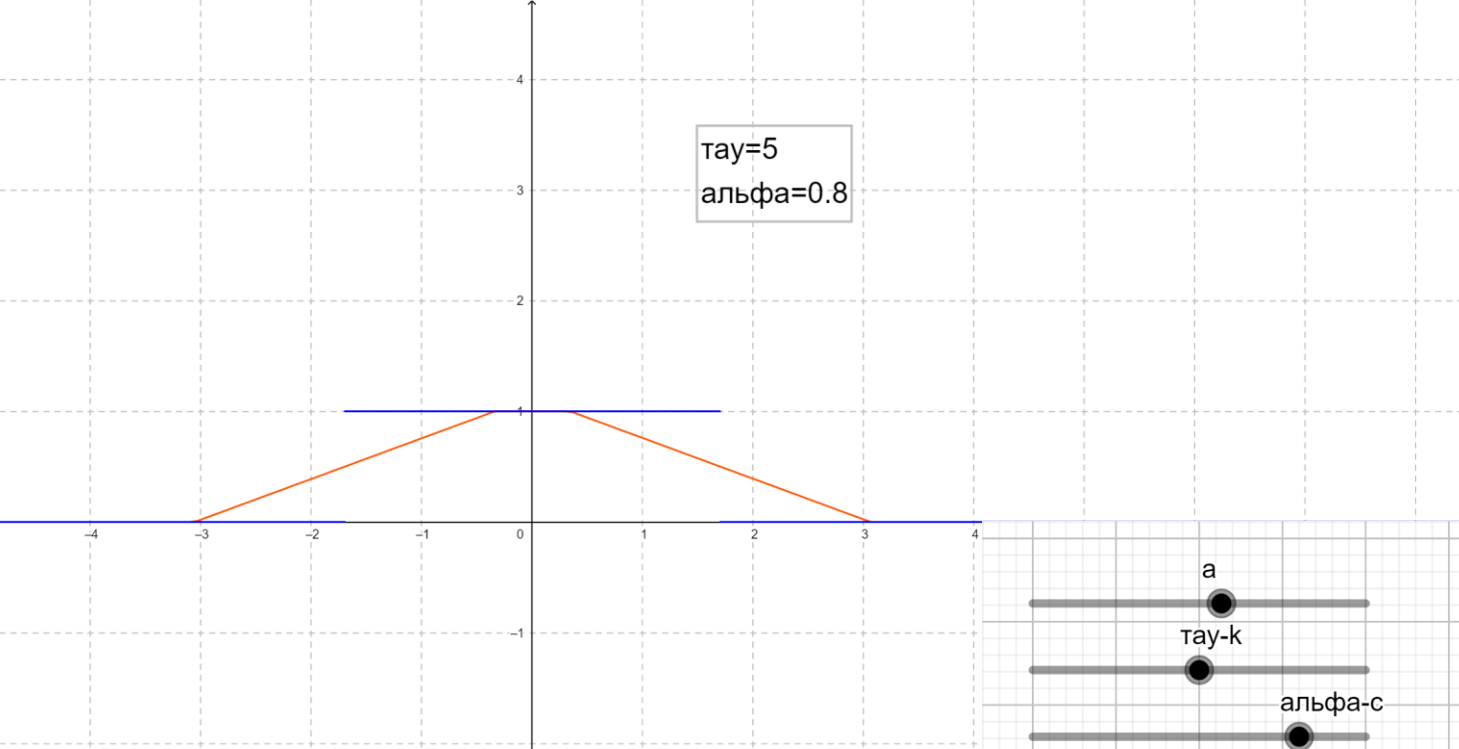
прямоугольный импульс $\xi(t) = \begin{cases} a, & |t| < \tau/2 \\ 0, & |t| > \tau/2 \end{cases},$

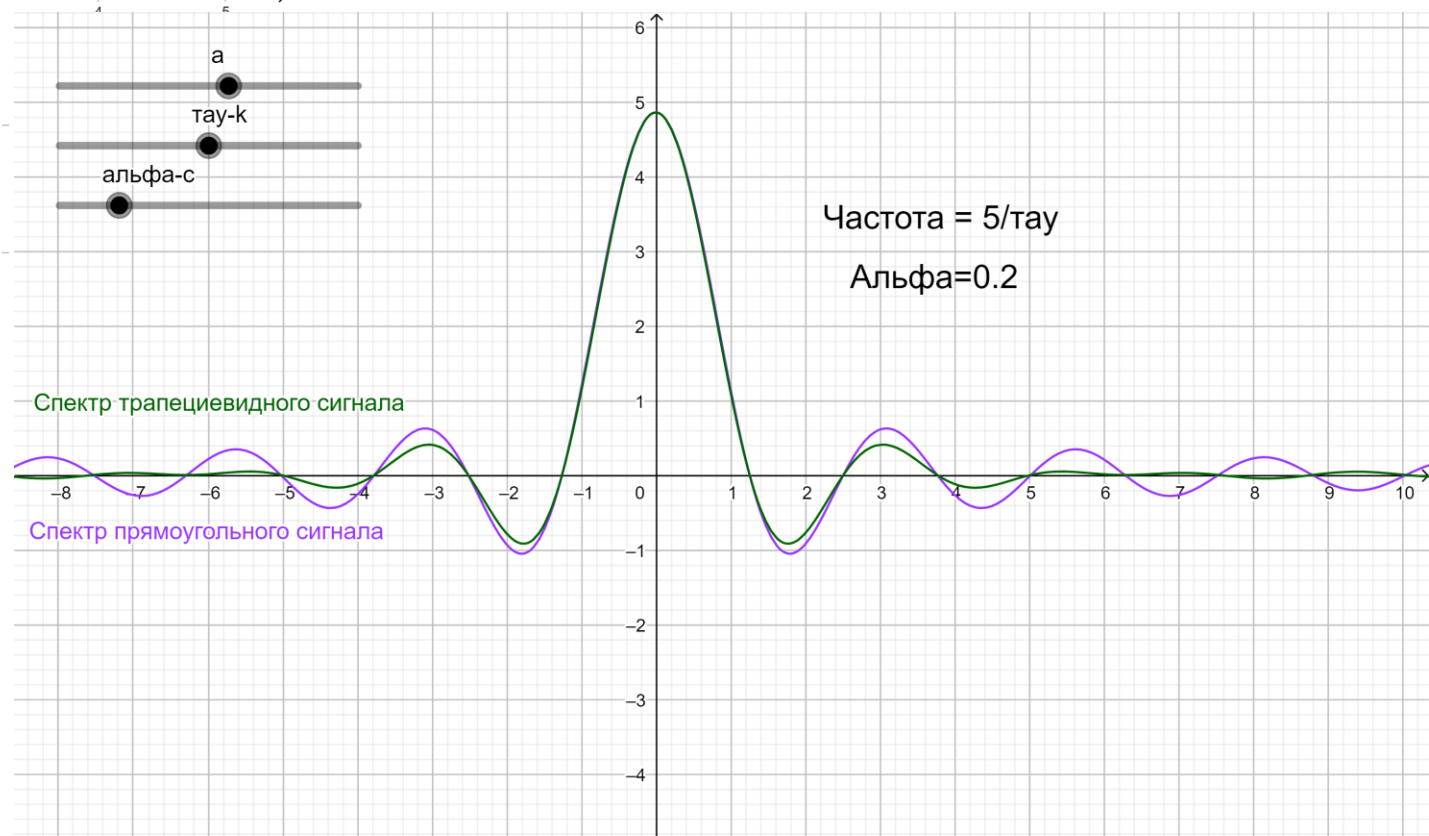
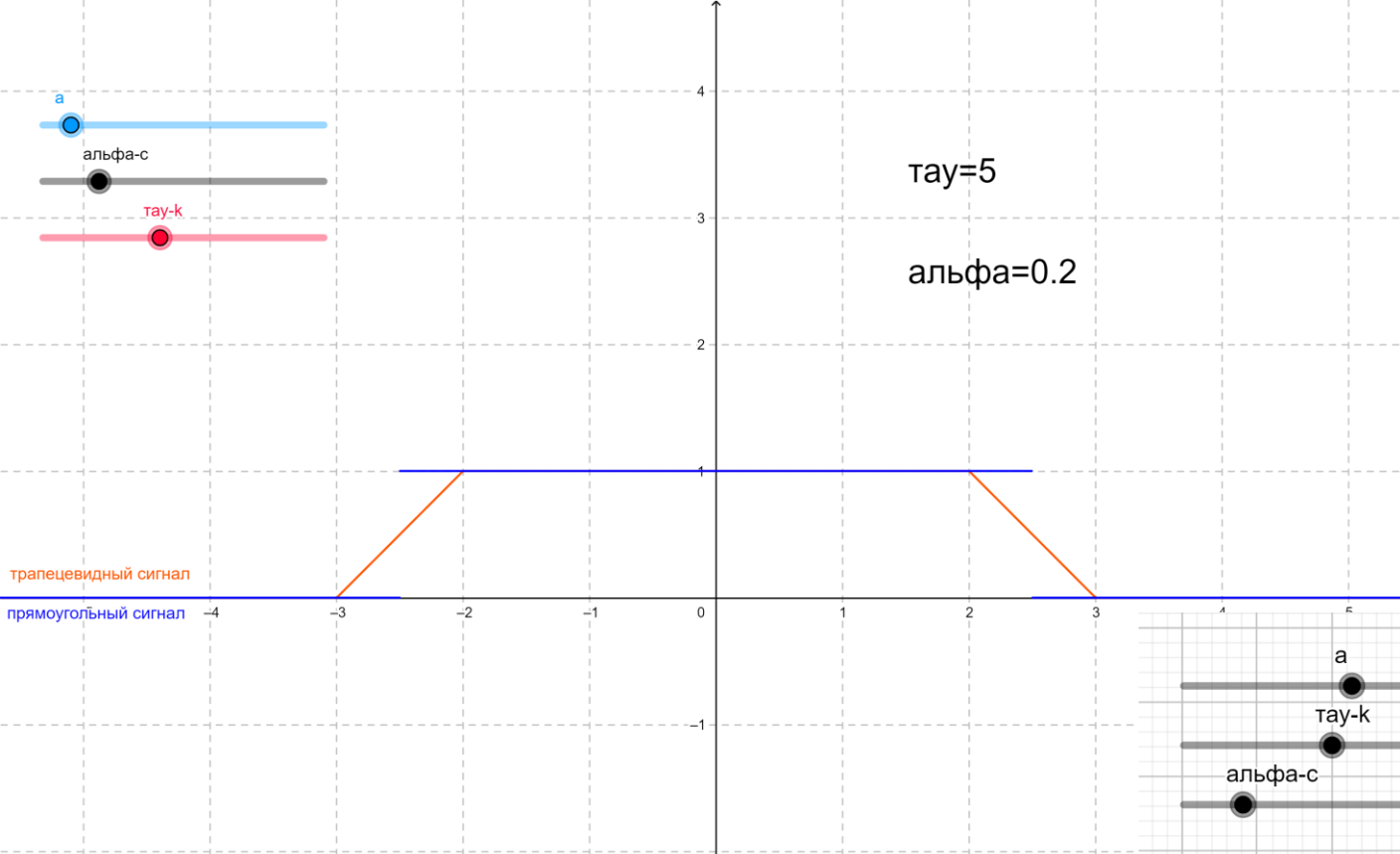
трапецевидный импульс

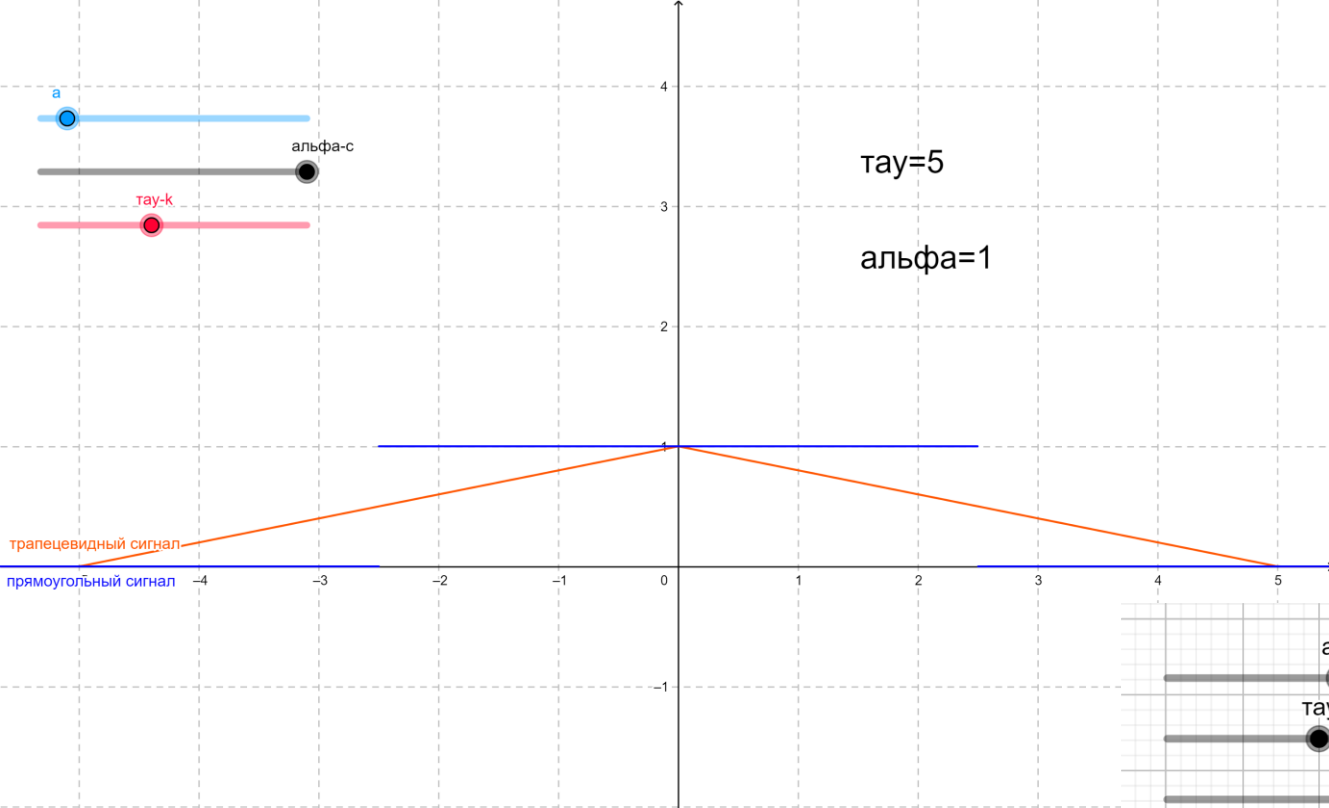
$$\xi(t) = \begin{cases} \frac{a}{\alpha\tau} \left(t + \frac{\tau(1+\alpha)}{2} \right), & -\frac{\tau(1+\alpha)}{2} < t < -\frac{\tau(1-\alpha)}{2} \\ a, & |t| < \tau(1-\alpha)/2 \\ -\frac{a}{\alpha\tau} \left(t - \frac{\tau(1+\alpha)}{2} \right), & \frac{\tau(1-\alpha)}{2} < t < \frac{\tau(1+\alpha)}{2} \\ 0, & t < -\tau(1+\alpha)/2 \text{ и } t > \tau(1+\alpha)/2 \end{cases},$$

объяснить изменение коэффициента C при изменении параметра $0 \leq \alpha \leq 1$.

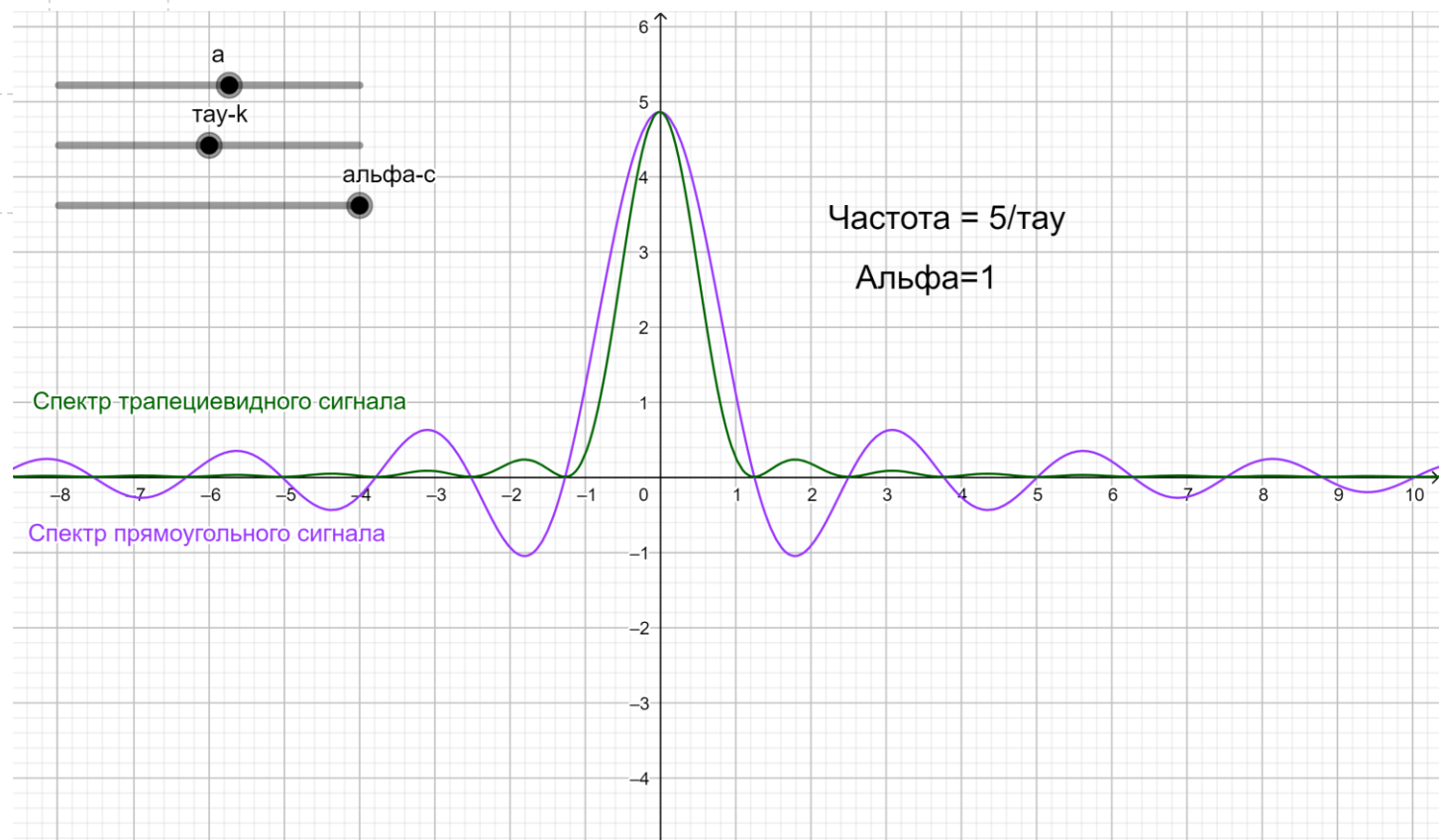








Из графиков видно, что
 При $\alpha=0$ трапеция превращается в прямоугольник
 При $\alpha=1$ трапеция превращается в треугольник



Так же видно, что
 чем меньше α , тем больше
 спектр похож на спектр прямоугольника
 чем больше α , тем менее он похож

=> спектр сильно зависит от формы сигнала

Находим спектр как преобразование Фурье:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt$$

Спектр

$$S(\omega) = \frac{a}{\pi \omega} \sin \frac{\omega \tau}{2}$$

$$S(\omega) = \frac{2a}{\pi \tau \omega^2} \sin \frac{\omega \tau}{2} \sin \frac{\omega \Delta \tau}{2}$$

Длительность импульса

$$\Delta t = \tau$$

$$\Delta t = \tau - \frac{\tau \alpha}{3}$$

Ширина спектра

$$\Delta \omega = \frac{2\pi}{\tau}$$

$$\Delta \omega = \frac{2\pi \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)}{\tau}$$

Константа в теореме о ширине частотной полосы

$$C = 2\pi$$

$$C = 2\pi \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)^2$$

$$\text{н/м} \quad \alpha = 0 \quad C_1 = C_2$$